

OLIMPIADE MATEMATIKA MW fair 2017 BATAM
LEMBAR JAWABAN

NAMA :

NAMA SEKOLAH / KELAS : /

BAGIAN A :

PETUNJUK : BERILAH TANDA SILANG UNTUK JAWABAN YANG DIPILIH

1	A	B	C	D
2	A	B	C	D
3	A	B	C	D
4	A	B	C	D
5	A	B	C	D

6	A	B	C	D
7	A	B	C	D
8	A	B	C	D
9	A	B	C	D
10	A	B	C	D

11	A	B	C	D
12	A	B	C	D
13	A	B	C	D
14	A	B	C	D
15	A	B	C	D

BAGIAN B :

PETUNJUK :

TULISLAH JAWABAN SOAL DENGAN PROSESNYA SECARA LENGKAP PADA LEMBAR JAWABAN DI BAWAH INI. KEJELASAN DAN KELENGKAPAN JAWABAN SANGAT MENENTUKAN SKOR YANG DIPEROLEH.

JAWABAN

1. 16 Hari
2. 10
3. 11 pasang
4. 13
5. 6/7
6. 1:5
7. 160 cm²
8. 4(√3 - 1)
9. $\frac{90}{4^5} = \frac{45}{512}$
10. 12 cara

PEMBAHASAN

Bagian A

- Bilangan kuadrat dan kubik yang menghasilkan 2 digit dan 3 digit angka hanya 5,6,7,8,9
Angka 8 yang bisa menghasilkan digit angka penyusun yang berbeda, jadi huruf M mewakili **angka 5**

I	I ²	I ³
5	25	125
6	36	216
7	49	343
8	64	512
9	81	729

- Faktorisasi prima dari 9.699.690 adalah $2^1 \times 3^1 \times 5^1 \times 7^1 \times 11^1 \times 13^1 \times 17^1 \times 19^1$
Banyak faktor dari 9.699.690 adalah : $(1+1) (1+1) (1+1) (1+1) (1+1) (1+1) (1+1) (1+1) = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^8$
- $37440 = (24 \times 5) \times (24 \times 13) = 120 \times 312$
Jumlah kedua bilangan = $120 + 312 = 432$
- $3.333.333.333 \times 9.999.999.999 = 3.333.333.333 \times (10.000.000.000 - 1) = 33.333.333.326.666.666 .667$
Banyak angka ganjil ada **10 angka** yaitu 9 buah angka 3 dan 1 buah angka 7
- Bilangan antara 1 dan 600 yang :
 - Kelipatan 3 : 3,6,9, . . . , 597 ada 199 angka
 - Kelipatan 5 : 5,10,15, . . . , 595 ada 119 angka
 - Kelipatan 7 : 7,14, 21, . . . , 595 ada 85 angka
 - Kelipatan 3,5 dan 7 : 105, 210, . . . , 525 ada 5 angka
 - Kelipatan 3 dan 5 : 15,30, . . . , 585 ada 39 angka
 - Kelipatan 5 dan 7 : 35,70, . . . , 595 ada 17 angka
 - Kelipatan 3 dan 7 : 21,42,, . . . , 588 ada 28 angka

Banyak bilangan yang tidak habis dibagi 3,5,7 ada sebanyak = $598 - (199+119+85) + (39+17+28) - 5 = 274$

- $f(x) + f(6-x) = 3x$
 untuk $x=0 \rightarrow f(0) + f(6-0) = 3(0)$, $x=1 \rightarrow f(1) + f(6-1) = 3(1)$
 $f(0) + f(6) = 0$, $f(1) + f(5) = 3$

 untuk $x=2 \rightarrow f(2) + f(6-2) = 3(2)$, $x=3 \rightarrow f(3) + f(6-3) = 3(3)$
 $f(2) + f(4) = 6$, $f(3) + f(3) = 9$
 $f(3) = \frac{9}{2}$
 $f(0) + f(1) + f(2) + f(3) + f(4) + f(5) + f(6) = 0 + 3 + 6 + \frac{9}{2} = \frac{27}{2} = \frac{54}{4}$ (paling mendekati D)

- gaji Adi = A , Gaji Beni = B
 1 Jan 2017 , Adi = $A + 15\%A = 115\% A$, Beni = $B + 10\% B = 110\% B$
 Jan 2018 , Adi = $115\% A + 10\% \times 115\% A = 126,5\% A$, Beni = $110\% B + 15\% \times 110\% B = 126,5\% B$
 $\frac{A}{B} = \frac{126,5\% A}{126,5\% B} = \frac{1}{1}$

8. $a = 4^{369} = (2^2)^{3 \times 123} = 2^{6 \times 123}$, $b = 2^{246} = 2^{2 \times 123}$, $c = 5^{492} = 5^{4 \times 123}$

$$\frac{axc}{b} = \frac{2^{6 \times 123} \times 5^{492}}{2^{2 \times 123}} = 2^{4 \times 123} \times 5^{4 \times 123} = (2 \times 5)^{4 \times 123} = 10^{492} = 10000 \dots 0$$

Jumlah semua angka = $1 + 0 + 0 + \dots = 1$

9. $U_1 = 2017$, $U_{n+1} = U_n + 3n$

$n=1$, $\rightarrow U_{1+1} = U_1 + 3(1)$

$U_2 = 2017 + 3$

$n=3$, $\rightarrow U_{3+1} = U_1 + 3(3)$

$U_4 = 2017 + 3 + 6 + 9$

$n=2$, $\rightarrow U_{2+1} = U_2 + 3(2)$

$U_3 = 2017 + 3 + 6$

$n=29$, $\rightarrow U_{29+1} = U_{29} + 3(29)$

$U_{30} = 2017 + 3 + 6 + 9 + \dots + 3(29)$

$= 2017 + 3(1+2+3 + \dots + 29)$

$= 2017 + 3 \left[\frac{(1+29) \times 29}{2} \right]$

$= 2017 + 1305 = \mathbf{3322}$

10. Diketahui : $AB = AD$, $\angle ABD = \angle ADB$, $\angle ABC - \angle ACB = 40^\circ$

- $\angle CBD = \angle ABC - \angle ABD$ atau $\angle CBD = \angle ABC - \angle ADB$
- $\angle ADB = \angle ACB - \angle CBD$ ($\angle ADB$ pelurus $\angle BDC$)

$\angle CBD = \angle ABC - \angle ADB$ -

$-\angle CBD = -\angle ABC + \angle ACB + \angle CBD$

$\angle ABC - \angle ACB = 2 \angle CBD$

$40^\circ = 2 \angle CBD \rightarrow \angle CBD = \mathbf{20^\circ}$

11. $AB = 8 \text{ cm}$, $BC = 6 \text{ cm}$

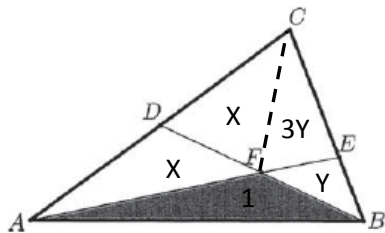
$AO = 10 \text{ cm}$ (Tripel Pythagoras) , $AO = BO = 5 \text{ cm}$

Luas $\Delta AOB = \text{Luas } \Delta AOP + \text{Luas } \Delta BOP$

$$\frac{3 \times 8}{2} = \frac{5 \times PQ}{2} + \frac{5 \times PR}{2}$$

$24 = 5(PQ + PR) \rightarrow \frac{24}{5} = \mathbf{PQ + PR}$

12.



Lihat ΔABD dan $\Delta CBD \rightarrow X + 1 = X + 3Y + Y$

$1 = 4Y$, $Y = \frac{1}{4}$

Lihat ΔABE dan $\Delta ACE \rightarrow 3(Y + 1) = X + X + 3Y$

$3Y + 3 = 2X + 3Y$, $X = \frac{3}{2}$

Luas $\Delta ABC = 1 + 2X + 4Y = 1 + 2(\frac{3}{2}) + 4(\frac{1}{4}) = \mathbf{5}$

13. $\frac{2+a+b}{3} = 4 \rightarrow 2 + a + b = 3 \times 4$

$a + b = 12 - 2 = 10$

$a + b + c = 10 + 8 = \mathbf{18}$

$\frac{c+10+12}{3} = 10 \rightarrow c + 10 + 12 = 3 \times 10$

$c = 30 - 22 = 8$

14. Titik 1 membuat 23 tali busur

Titik 2 membuat 22 tali busur dan seterusnya

Banyak tali busur yang dapat dibuat adalah : $23 + 22 + \dots + 2 + 1 = \frac{(23+1) \times 23}{2} = 12 \times 23 = \mathbf{276}$

15. Banyak anak 1L, 3P ada 4 yaitu LPPP, PLPP, PPLP, PPPL

Banyak anak 4P ada 1 yaitu PPPP, maka peluangnya = $P_{(1L,3P \text{ dan } 4P)} = \frac{5}{2^4} = \frac{5}{16}$

Peluang paling sedikit 2 L adalah : $1 - \frac{5}{16} = \frac{11}{16}$

Bagian B

1. Kemampuan Adi = $\frac{1}{A}$, Kemampuan Budi = $\frac{1}{B}$, Kemampuan Chicha = $\frac{1}{C}$,

• $\frac{1}{A} + \frac{1}{B} = \frac{1}{3}$, • $\frac{1}{B} + \frac{1}{C} = \frac{1}{4}$, • $\frac{1}{A} + \frac{1}{C} = \frac{10}{48}$

$\frac{1}{A} + \frac{1}{B} = \frac{1}{3}$ $\frac{1}{A} - \frac{1}{C} = \frac{1}{12}$

$\frac{1}{B} + \frac{1}{C} = \frac{1}{4}$ $\frac{1}{A} + \frac{1}{C} = \frac{10}{48}$

$\frac{1}{A} - \frac{1}{C} = \frac{1}{12}$ $-\frac{2}{C} = -\frac{6}{48}$ ---> **C = 16 hari**

2. $\frac{48}{17} = 2 + \frac{14}{17} = 2 + \frac{1}{\frac{17}{14}} = \dots = 2 + \frac{1}{1 + \frac{1}{4 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1}}}}}}$, A + B + C + D + E + F = 2 + 1 + 4 + 1 + 1 + 1 = **10**

3. $\frac{1}{A} + \frac{1}{B} = \frac{1}{12}$, A dan B merupakan kelipatan 12 yaitu 1, 2, 3, 4, 6, 12. maka kemungkinan yang ada adalah :

A = B, A = 2B, A = 3B, A = 4B, A = 6B, A = 12B

- Untuk A = B • dengan cara yang sama dengan A=B • untuk A= 3B atau B = 3A
 $\frac{1}{A} + \frac{1}{A} = \frac{1}{12}$ untuk A= 2B atau B = 2A ada 2 solusi yaitu (36,18) atau (18,36) (48,16) atau (16,48) → 2 pasang
- untuk A= 4B atau B = 4A • untuk A= 6B atau B = 6A ada 2 solusi yaitu (60,15) atau (15,60) (84,14) atau (14,84)
- untuk A= 12B atau B = 12A ada 2 solusi yaitu (156,13) atau (13,156)

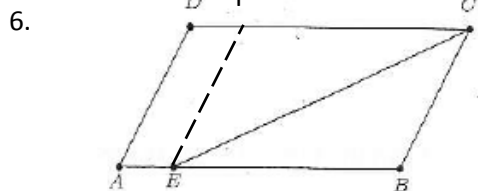
Jadi ada **11 pasangan** (A,B) yang memenuhi.

4. Untuk 2 angka terakhir dari n!, yang dihitung hanya 1! + 2! + ... + 9! Karena 10! Dan seterusnya 2 angka terakhir adalah 00

Maka 1! + 2! + ... + 9! = 1 + 2 + 6 + 24 + 20 + 20 + 40 + 20 + 80 = **..13**

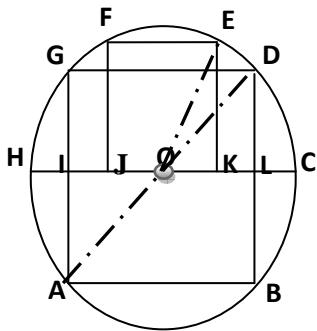
5. $1 + M + M^2 + M^3 + M^4 + \dots = 7$
 $1 + M(1 + M + M^2 + M^3 + M^4 + \dots) = 7$
 $1 + M(7) = 7$

M = $\frac{6}{7}$



Diketahui Luas AECD : EBC = 7 : 5
 Luas Δ EFC = luas Δ EBC = 5, maka luas AEFD = 2
 Panjang AE : EB = Luas AEFD : Luas EBCF (Tinggi AEFD dan EBCF sama)
 = 2 : 10 = **1 : 5**

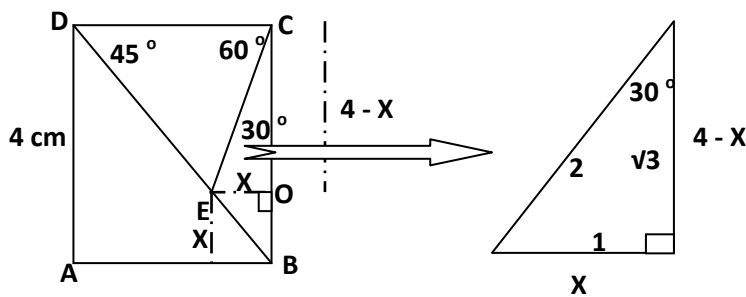
7.



- Sisi EFJK = $\sqrt{64} = 8$ cm , OK = 4 cm
- $OE^2 = OK^2 + KE^2$
- $= 4^2 + 8^2$
- $= 80$
- $OE = \sqrt{80}$ cm = OD = $\frac{1}{2}$ AD

- $AD = 2 \times OD = 2 \times \sqrt{80}$
- Luas ABDG = $\frac{d1 \times d2}{2}$
- $= \frac{2\sqrt{80} \times 2\sqrt{80}}{2}$
- $= \frac{4 \times 80}{2} = 160$ cm²

8.



$$\frac{X}{4-X} = \frac{1}{\sqrt{3}} \rightarrow \sqrt{3} X = 4 - X$$

$$\sqrt{3} X + X = 4$$

$$(\sqrt{3} + 1) X = 4$$

$$X = \frac{4}{\sqrt{3} + 1} = \frac{4(\sqrt{3}-1)}{3-1}$$

$$X = 2(\sqrt{3} - 1)$$

$$\text{Luas BEC} = \frac{4 \times 2(\sqrt{3}-1)}{2} = 4(\sqrt{3} - 1) \text{ cm}^2$$

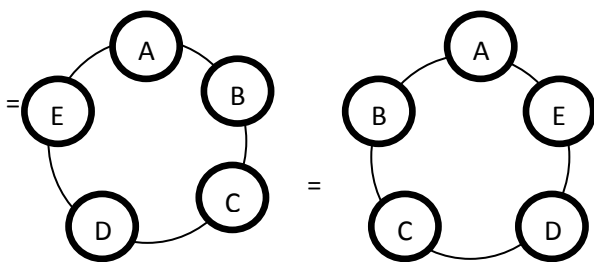
9. Peluang menjawab benar 1 soal = $\frac{1}{4}$, Peluang menjawab salah 1 soal = $\frac{3}{4}$

Peluang menjawab 3 soal benar dari 5 soal soal = $\frac{1}{4} \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} \times \frac{3}{4} \times \frac{3}{4} = \frac{9}{4^5}$

Banyak susunan 3 soal benar dari 5 soal adalah : $\frac{5 \times 4 \times 3}{3!} = 10$ (bisa pakai ${}_5C_3$)

Peluang menjawab 3 soal benar dari 5 soal benar dengan 10 susunan adalah : $10 \times \frac{9}{4^5} = \frac{45}{512}$

10. banyak susunan membuat sebuah kalung adalah permutasi siklis dengan ada 2 susunan yang sama (Div bolak balik sama), jadi harus dibagi 2. Contoh :



Jadi banyak susunan kulit kerang untuk membuat sebuah kalung adalah : $\frac{(5-1)!}{2} = 12$ susunan